

84 Déterminer une stratégie gagnante



PARCOURS 1

a. Si Samuel retire 4^2 bâtonnets, c'est-à-dire **16** bâtonnets, alors il reste **1** bâtonnet dans le tas. Léna **gagne** donc la partie.

b. Samuel retire 3^2 bâtonnets, c'est-à-dire 9 bâtonnets, alors il reste 8 bâtonnets dans le tas.

Si Léna retire 2^2 bâtonnets, c'est-à-dire 4 bâtonnets, alors il reste 4 bâtonnets.

Au prochain coup, Samuel retire les 2^2 bâtonnets restants, et gagne la partie.

c. Samuel retire 1^2 bâtonnet, soit 1, donc il en reste 16.

Léna retire 2^2 bâtonnets, soit 4, donc il en reste 12.

Samuel retire 3^2 bâtonnets, soit 9, donc il en reste 3.

Léna retire 1^2 bâtonnet, soit 1, donc il en reste 2.

Samuel retire 1^2 bâtonnet, soit 1, donc il en reste 1.

Léna retire 1^2 bâtonnet, soit 1, donc elle prend le dernier bâtonnet et gagne la partie.

$$17 \xrightarrow{1^2 \text{ S}} 16 \xrightarrow{2^2 \text{ L}} 12 \xrightarrow{3^2 \text{ S}} 3 \xrightarrow{1^2 \text{ L}} 2 \xrightarrow{1^2 \text{ S}} 1 \xrightarrow{1^2 \text{ L}} 0$$



PARCOURS 2

a. Samuel retire 3^2 bâtonnets, soit 9, alors il reste 10 bâtonnets dans le tas.

Si Léna retire 2^2 bâtonnets, soit 4, alors il reste 6 bâtonnets.

6 n'est pas un carré parfait, donc Samuel ne gagne pas au coup suivant.

b. • Au coup suivant, Samuel retire 2^2 bâtonnets, soit 4, il en reste 2.

Léna retire 1^2 bâtonnet, soit 1, donc il en reste 1.

Samuel retire 1^2 bâtonnet, soit 1, donc il, donc il prend le dernier bâtonnet et gagne.

$$19 \xrightarrow{3^2 \text{ S}} 10 \xrightarrow{2^2 \text{ L}} 6 \xrightarrow{2^2 \text{ S}} 2 \xrightarrow{1^2 \text{ L}} 1 \xrightarrow{1^2 \text{ S}} 0$$

• Au coup suivant, Samuel retire 1^2 bâtonnet, soit 1, il en reste 5.

Léna retire 2^2 bâtonnets, soit 4, donc il en reste 1.

Samuel retire 1^2 bâtonnet, soit 1, donc il prend le dernier bâtonnet et gagne.

$$19 \xrightarrow{3^2 \text{ S}} 10 \xrightarrow{2^2 \text{ L}} 6 \xrightarrow{1^2 \text{ S}} 5 \xrightarrow{2^2 \text{ L}} 1 \xrightarrow{1^2 \text{ S}} 0$$



PARCOURS 3

Léna gagne la partie lorsqu'elle laisse à Samuel un nombre de bâtonnets égal à l'un des nombres entiers 2, 5, 7, 10, 12, 15, 20, 22.

En effet :

$$\bullet 2 \xrightarrow{1^2} 1 \xrightarrow{1^2} 0$$

$$\bullet 5 \xrightarrow{1^2} 4 \xrightarrow{2^2} 0$$

$$5 \xrightarrow{2^2} 1 \xrightarrow{1^2} 0$$

$$\bullet 7 \xrightarrow{2^2} 3 \xrightarrow{1^2} 2$$

$$7 \xrightarrow{1^2} 6 \xrightarrow{2^2} 2$$

$$\bullet 15 \xrightarrow{3^2} 6 \xrightarrow{1^2} 5$$

$$15 \xrightarrow{2^2} 11 \xrightarrow{1^2} 10$$

$$15 \xrightarrow{1^2} 14 \xrightarrow{3^2} 5$$

$$\bullet 20 \xrightarrow{4^2} 4 \xrightarrow{2^2} 0$$

$$20 \xrightarrow{3^2} 11 \xrightarrow{1^2} 10$$

$$20 \xrightarrow{2^2} 16 \xrightarrow{4^2} 0$$

$$20 \xrightarrow{1^2} 19 \xrightarrow{3^2} 10$$

$$\bullet 10 \xrightarrow{3^2} 1 \xrightarrow{1^2} 0$$

$$10 \xrightarrow{2^2} 6 \xrightarrow{1^2} 5$$

$$10 \xrightarrow{1^2} 9 \xrightarrow{3^2} 0$$

$$\bullet 12 \xrightarrow{3^2} 3 \xrightarrow{1^2} 2$$

$$12 \xrightarrow{2^2} 8 \xrightarrow{1^2} 7$$

$$12 \xrightarrow{1^2} 11 \xrightarrow{3^2} 2$$

$$\bullet 22 \xrightarrow{4^2} 6 \xrightarrow{1^2} 5$$

$$22 \xrightarrow{3^2} 13 \xrightarrow{1^2} 12$$

$$22 \xrightarrow{2^2} 18 \xrightarrow{4^2} 2$$

$$22 \xrightarrow{1^2} 21 \xrightarrow{4^2} 5$$

85 Déterminer la valeur d'une expression



PARCOURS 1

a. La machine utilise le nombre 5. Elle peut afficher l'expression $3 \times x^2 + 5$ ou $3 \times x^2 - 5$ ou $5 - 3 \times x^2$.

b. Pour $x = 3$,

$$\bullet 3 \times 3^2 + 5 = 3 \times 9 + 5 = 32$$

$$\bullet 3 \times 3^2 - 5 = 3 \times 9 - 5 = 22$$

$$\bullet 5 - 3 \times 3^2 = 5 - 3 \times 9 = -22$$

c. Il s'agit de l'expression $5 - 3 \times x^2$.

En effet pour $x = 1$, $5 - 3 \times 1^2 = 5 - 3 \times 1 = 2$.



PARCOURS 2

a. Les 12 expressions possibles sont :

$$\bullet (3 \times x)^2 + 7 \quad \bullet (3 \times x)^2 - 7 \quad \bullet 7 - (3 \times x)^2 \quad \bullet 3 \times x^2 + 7 \quad \bullet 3 \times x^2 - 7 \quad \bullet 7 - 3 \times x^2$$

$$\bullet (2 \times x)^3 + 7 \quad \bullet (2 \times x)^3 - 7 \quad \bullet 7 - (2 \times x)^3 \quad \bullet 2 \times x^3 + 7 \quad \bullet 2 \times x^3 - 7 \quad \bullet 7 - 2 \times x^3$$

b. L'expression qui lui a permis d'obtenir 1 pour $x = 1$ est $(2 \times x)^3 - 7$.

En effet, $(2 \times 1)^3 - 7 = 2^3 - 7 = 8 - 7 = 1$.



PARCOURS 3

La machine affiche l'une des 24 expressions :

$(3 \times x)^2 + 5$	$(3 \times x)^2 - 5$	$5 - (3 \times x)^2$	$3 \times x^2 + 5$	$3 \times x^2 - 5$	$5 - 3 \times x^2$
$(3 \times x)^2 + 7$	$(3 \times x)^2 - 7$	$7 - (3 \times x)^2$	$3 \times x^2 + 7$	$3 \times x^2 - 7$	$7 - 3 \times x^2$
$(2 \times x)^3 + 5$	$(2 \times x)^3 - 5$	$5 - (2 \times x)^3$	$2 \times x^3 + 5$	$2 \times x^3 - 5$	$5 - 2 \times x^3$
$(2 \times x)^3 + 7$	$(2 \times x)^3 - 7$	$7 - (2 \times x)^3$	$2 \times x^3 + 7$	$2 \times x^3 - 7$	$7 - 2 \times x^3$

Lucas peut obtenir un carré parfait avec l'une des expressions suivantes :

$$(3 \times x)^2 + 7 \quad 7 - 3 \times x^2 \quad 2 \times x^3 + 7 \quad (3 \times x)^2 - 5$$

En effet, pour $x = 1$,

$$(3 \times 1)^2 + 7 = 3^2 + 7 = 9 + 7 = 16 = 4^2$$

$$7 - 3 \times 1^2 = 7 - 3 = 4 = 2^2$$

$$2 \times 1^3 + 7 = 2 \times 1 + 7 = 2 + 7 = 9 = 3^2$$

$$(3 \times 1)^2 - 5 = 9 - 5 = 4 = 2^2$$